

$\mathbb{R}^n$  sust. jed. za kovarijantni postupak  
 primjenom Cholesky dekompozicije

... metoda drugog reda

$\Rightarrow$  Može se primj. na simet. mat sust.

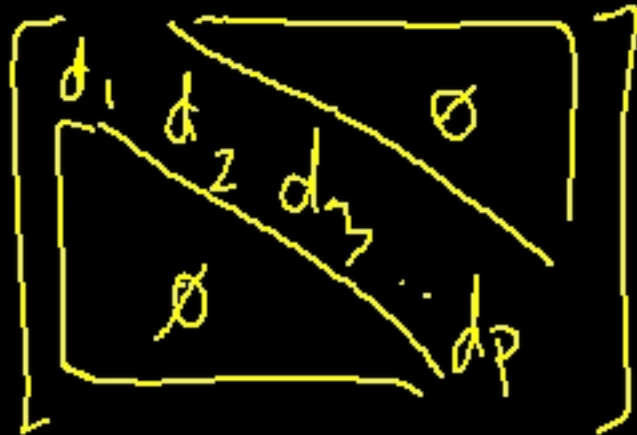
$$\Phi \alpha = \psi$$

$$\Phi$$

sim. pozitivno-semi  
 definitna mat

$$\Phi = V D V^T$$

Sve vlast. vrijedn.  $\geq 0$



$$\Phi \alpha = \Psi$$

$$VDV^T \alpha = \Psi$$

$[7 \times 7]$   $[7 \times 7]$   $[7 \times 7]$   $[7 \times 1]$   $[7 \times 1]$

$$D^{-1} (DV^T \alpha) = Y$$

$$V^T \alpha = D^{-1} Y$$

$$DV^T \alpha = Y$$

pomocni stupac

sustav A

$$V \cdot Y = \Psi$$

U prvom koraku rjes. sustav A  
po pomoc. st. Y

U drugom koraku rjes. sustav B  
po konicnom vj.  $\alpha$ .

$$V^T \alpha = \begin{bmatrix} y_1/d_1 \\ y_2/d_2 \\ \vdots \\ y_p/d_p \end{bmatrix}$$

Sustav B

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & V_{21} & & & \\ & & 1 & & \\ & & & V_{32} & \\ & & & & 1 \\ & & & & & V_{43} & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = \Psi_1$$

$$V_{21} \cdot Y_1 + Y_2 = \Psi_2$$

$$Y_2 = \Psi_2 - V_{21} \cdot \Psi_1$$

$$V_{31} \cdot Y_1 + V_{32} \cdot Y_2 + Y_3 = \Psi_3$$

$Y_1, Y_2, Y_3 \dots Y_p$

dobivamo uzastopnim

uvrštanjenjem od

prve do zadnje  
jednačke

↳

$$\begin{bmatrix} 1 & V_{21} & V_{31} & V_{41} \\ & 1 & V_{32} & V_{42} \\ & & 1 & V_{43} \\ & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1/d_1 \\ Y_2/d_2 \\ Y_3/d_3 \\ Y_4/d_4 \end{bmatrix}$$

$$d_4 = Y_4/d_4$$

$$d_3 + V_{43} \cdot d_4 = Y_3/d_3$$

$$d_3 = Y_3/d_3 - V_{43} \cdot \frac{Y_4}{d_4}$$

⋮

Dohisano v. po

$d_p, d_{p-1}, \dots, d_1$

una zadnjim uzastopnim

uvrštananjem od

Zadnje jedn. preko  
prvoj.

Sustav A.

$$y_i = \psi_i - \sum_{k=1}^{i-1} V_{ik} \cdot y_k \quad 2 \leq i \leq p$$

početni: korak je

$$y_1 = \psi_1$$

indeksi  $i$  ide od 1 do  $p$

Sustav B.

$$\alpha_i = y_i / d_i - \sum_{k=i+1}^p V_{ki} \cdot \alpha_k$$

početni: korak je  $\alpha_p = y_p / d_p$

Zatim indeksi  $i$  ide od  $p-1 \dots 1$

$$\Phi = V D V^T$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ V_{21} & 1 & \emptyset \\ V_{31} & V_{32} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \emptyset \\ 0 & d_2 & \emptyset \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & V_{21} & V_{31} \\ 0 & 1 & V_{32} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 & \emptyset & 0 \\ d_1 V_{21} & d_2 & 0 \\ d_1 V_{31} & d_2 V_{32} & d_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} d_1 & d_1 V_{21} & d_1 V_{31} \\ d_1 V_{21} & d_1 V_{21}^2 + d_2 & d_1 V_{21} V_{31} + d_2 V_{32} \\ d_1 V_{31} & d_1 V_{21} V_{31} + d_2 V_{32} & d_1 V_{31}^2 + d_2 V_{32}^2 + d_3 \end{bmatrix}$$



Može se pokazati da vrijedi.

$$\Phi(i, k) = \sum_{j=1}^k V_{ij} d_j V_{kj} \quad 1 \leq k \leq l-1$$

$$= \sum_{j=1}^{k-1} V_{ij} d_j V_{kj} + V_{ik} d_k V_{kk}$$

↑  
diag. el. mat.  $V$

$$V_{ik} \cdot d_k = \Phi(i, k) - \sum_{j=1}^{k-1} V_{ij} d_j V_{kj} = 1$$

(indeksi  $k$ ...)

$1 \leq k \leq l-1$

jednadžba  $L$

Specijalno za dijagonalne elemente

$$\Phi(i, i) = \sum_{j=1}^i v_{ij} d_j v_{ij} = \sum_{j=1}^i v_{ij}^2 d_j$$

$$= \sum_{j=1}^{i-1} v_{ij}^2 d_j + \underbrace{v_{ii}^2 d_i}_{\text{dijagonalni član} = 1}$$

$$d_i = \Phi(i, i) - \sum_{j=1}^{i-1} v_{ij}^2 d_j$$

Specijalno za  $i=1$   $d_1 = \Phi(1, 1)$

jedninični D



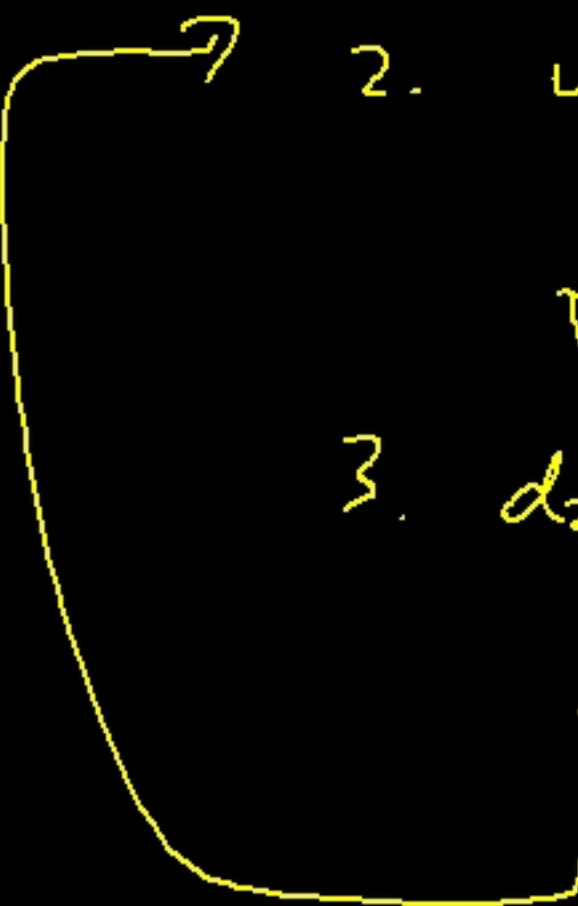
## Rješavanje matricno

1.  $d_1 = \Phi(1, 1)$

2. matricno prvog stupca mat.  $V$

$V_{21}, V_{31}, \dots, V_{p1}$   
primjenom jed.  $\mathbb{C}$

3.  $d_2$  matricno na osnovu  $d_1$  i prvog stupca  
od  $V$  primjenom jed.  $\mathbb{D}$



Stoženost rješavanja sust. jedna.  $p \times p$   
je  $O(p^3)$  optimal.

$\Rightarrow$  Prvobitnom met. (Choleskey dekompoz.)

Stoženost se smanjuje na  $O(p^2)$

---

Stoženost ovog postupka je veća nego  
Levinsonov Duh. alg.

ali iako je  $p$  tipično  $\sim p=10$

Svejedno je stoženost rješ. sustava jednadžbi ipak

mnogo manja od stoženosti izrač. koef. sustava

jednadžbi  $\Phi(i, k)$  odnosno  $R(|i-k|)$

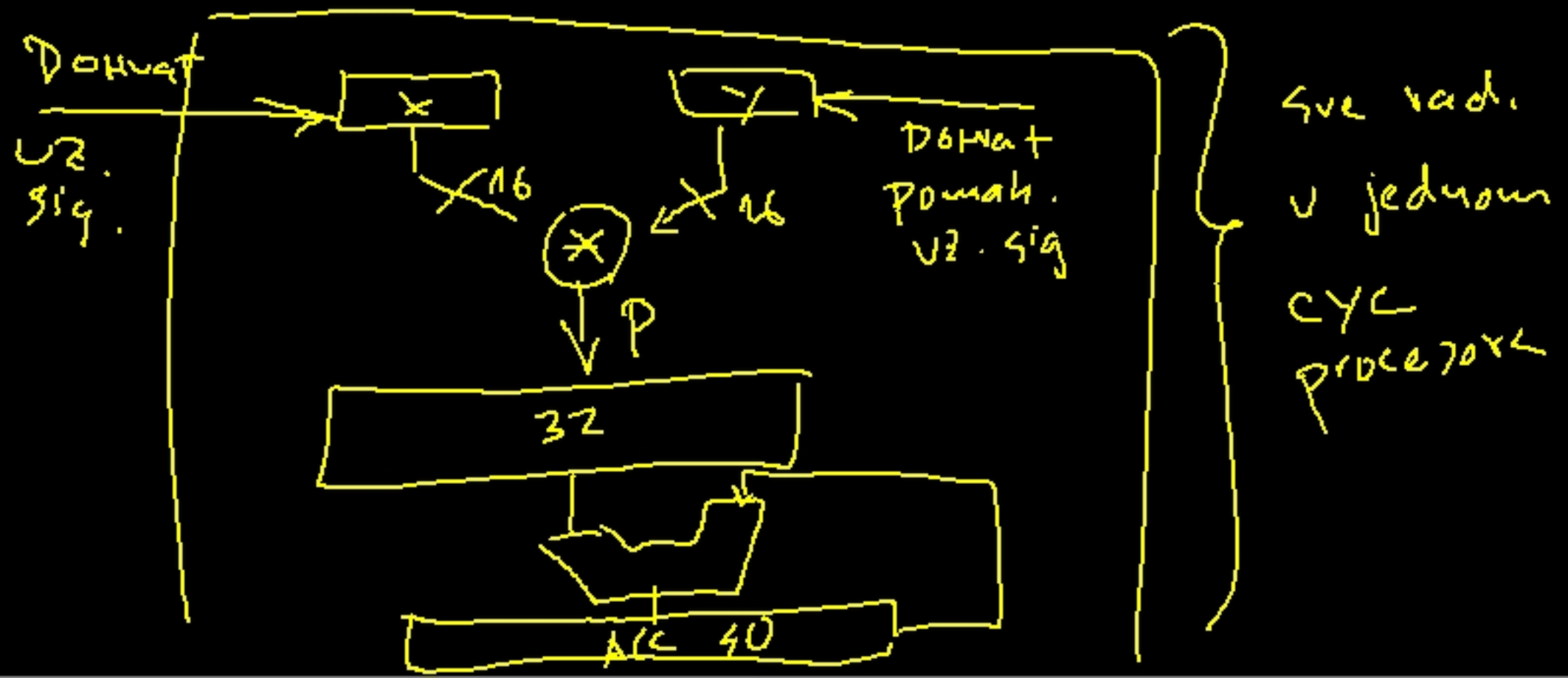
Stavak izvrata koef.

$$je (N+1) \cdot L$$

L... broj uzoraka obrade analize  
(sivna otvora)

tipično  $L = 200 - 300$  uzoraka.

⇒ izvedba na DSP procesoru koji ima MAC naredbu



Slično kao kod. Lev. - Dub. alf.

gdje se u postupku izračuna prediktora

može odrediti energj. poj. pred. za sve redove

pred. od  $\phi \dots p$

$\Rightarrow$  i kod metode Ch. decomp. postoji sličan

izraz kojim je moguće odrediti  $E^{(i)}$

na osnovu  $d_1 \dots d_p$  i

parametara stupca  $y_1 \dots y_p$

$i$ -red pred.

$$E^{(i)} = \Phi_n(\phi, \phi) - \sum_{k=1}^i y_k^2 / d_k$$

Dohitaj ili ucinak predikcije

⇒ mjeri koliko omjer energetske signala i  
energetske pred. pog.

Općenito vrijedi:

$$E_n^{(p)} = \Phi_n(\theta, \varphi) - \sum_{k=1}^p \alpha_k \Phi_n(\theta, k)$$

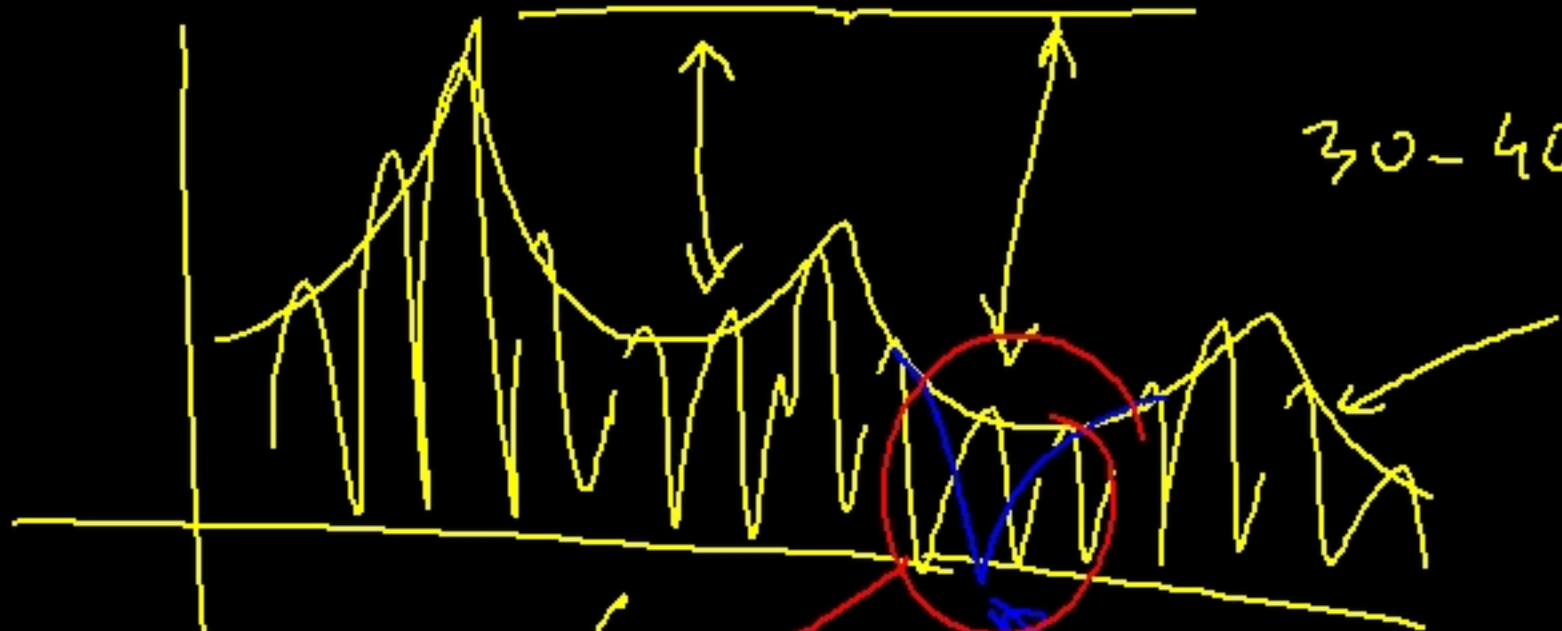
$$\begin{aligned} \text{PG} &= 10 \cdot \log_{10} \frac{\Phi_n(\theta, \varphi)}{E_n^{(p)}} = -10 \cdot \log_{10} \left( \frac{E_n^{(p)}}{\Phi_n(\theta, \varphi)} \right) \\ &= -10 \log_{10} \left( 1 - \sum_{k=1}^p \alpha_k \cdot \frac{\Phi_n(\theta, k)}{\Phi_n(\theta, \varphi)} \right) \end{aligned}$$

↑  
prediction  
gain  
[dB]

homogenizirana kvant.

$H(z)$

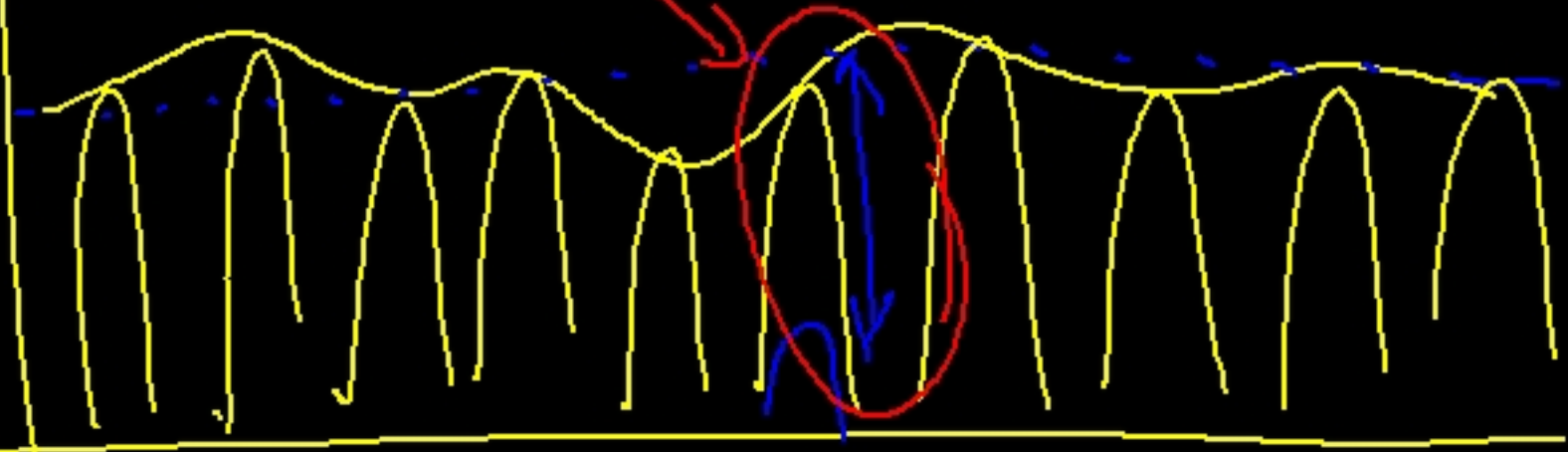
30-40dB



preu. funk.  
 modela  $H(e^{j\omega})$   
 odredenoj p[ro]stora  
 lin. pred.

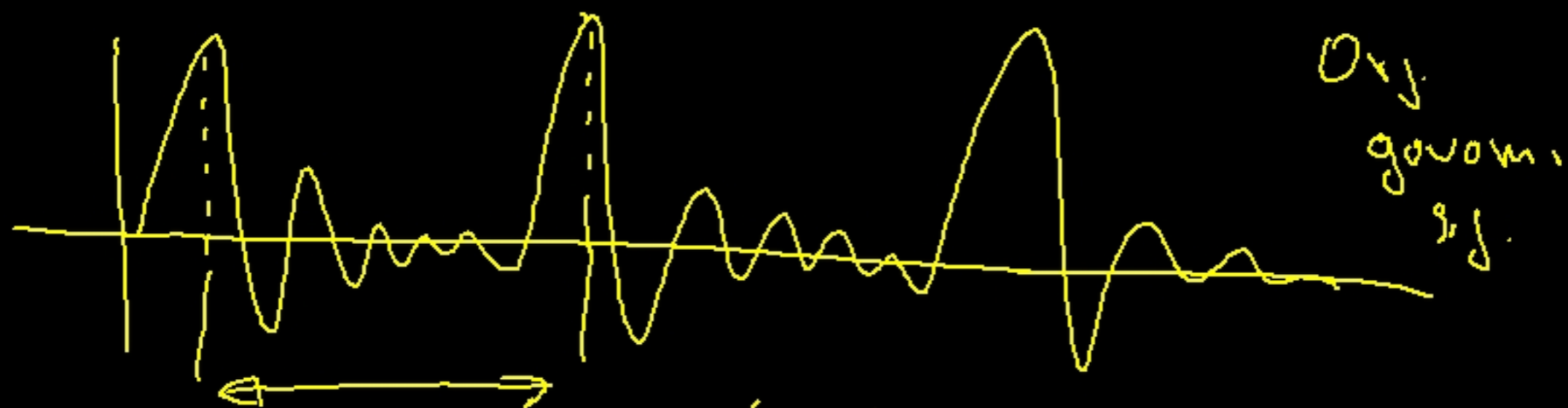
memoric  
 modelizat.

inv. f. f. t. izlaza od  
naz. track  
 rezidualni sig.  
 (sig. pogu. pred.)



$\pm 5dB$   
 Rezidualna  
 objektivnost.





Pitch period (PP)

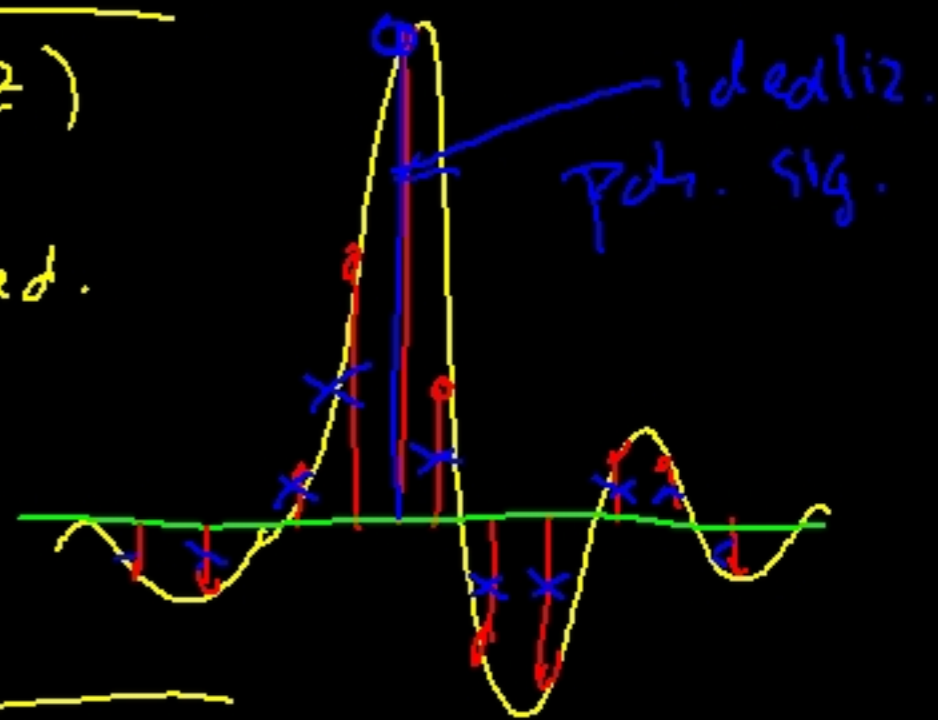
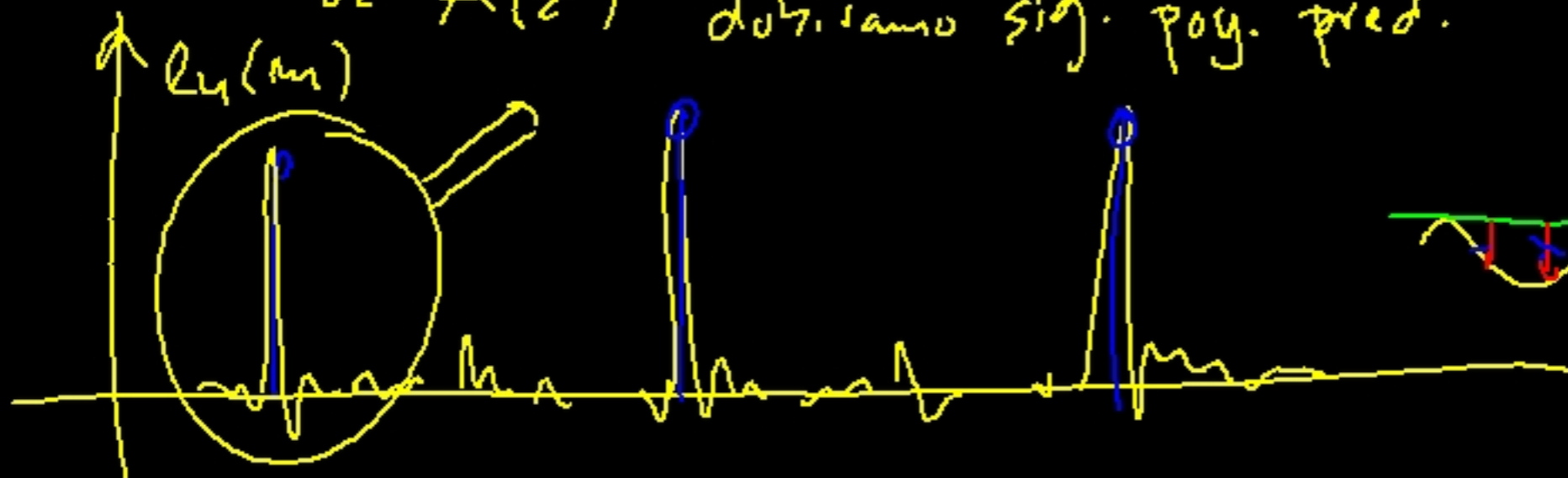
⇒ LPC (Linear prediction coding)

nalazimo model

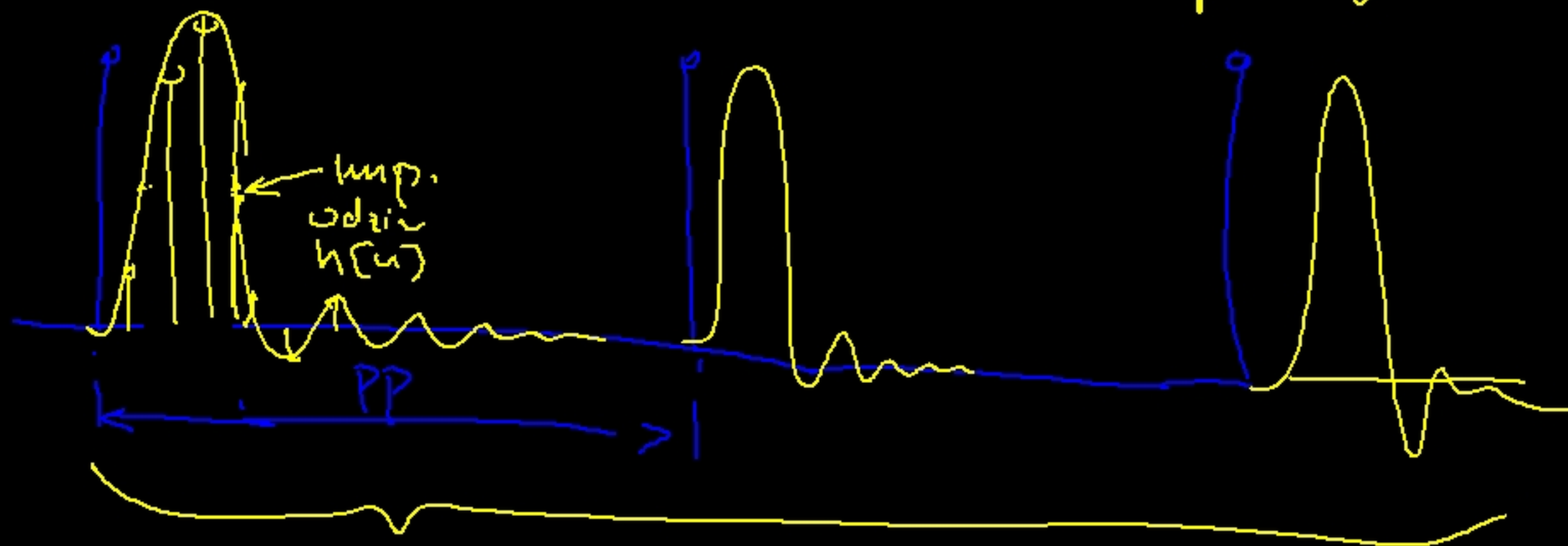
$$H(z) = \frac{\sqrt{E_n^{(p)}}}{A(z)}$$

$$V = \sqrt{E_n^{(p)}}$$

⇒ Propustanjem orj. signala kroz  $A(z)$  dobijamo sig. pog. pred.



Propuztanjem idealiziranoj. pobudnoj. sig.  
kroz  $H(z)$  dohivamo stvarni. gov. sig.



Nema isti valni oblik kao  $s_n(n)$   
ali zvuči slično

- $\Rightarrow$  Za zvučni gov. idealizirana pobuda je niz impulsa  
u pravilnom vremenu PP
- $\Rightarrow$  Za govorni gov. pobuda je bijeli šum.

parametri pdt. sig.

LPC-10  
(FS-1015)  
2400  
bita/s.

1. zvučnost (DA/NE) bin. var
2. period (u slučaju zvučnosti sig.)
3. energija ( $\sqrt{E_u^{(p)}}$ )

↑ brojnik  $H(z)$

parametri modela

$$A(z) = 1 - \alpha_1 z^{-1} - \dots - \alpha_p z^{-p}$$

$[\alpha_1 \dots \alpha_p]$

koef. prediktor (LPC koef.)

Govorni signal

(u jeju segment  
koninog trajanja  
20-30 ms)

modelira se opisanim  
parametrima.